# OPIS ZAŁOŻONYCH OSIĄGNIĘĆ UCZNIA

W opisie uwzględniono podział umiejętności pomiędzy klasy oraz klasyfikacje ich na odpowiednie poziomy wymagań (konieczne — ocena dopuszczająca, podstawowe — ocena dostateczna, rozszerzające — ocena dobra, dopełniające — ocena bardzo dobra). Klasyfikacja podwójna, np. K-P, oznacza, że prostsze zadania dotyczące danego zagadnienia należy traktować jako wymagane na poziomie K, a trudniejsze — P.

Za wymagania na poziomie W należy uznać spełnienie wszystkich wymagań z poziomów niższych oraz umiejętność rozwiązywania zadań znacznie wykraczających poza wymagania na poziomie D stopniem trudności lub tematyką.

Kursywą oznaczono wymagania dotyczące zakresu rozszerzonego.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Wymagania** | **KLASA** | | | |
| **I** | **II** | **III** | **IV** |
| **Liczby rzeczywiste** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych | K-P |  |  |  |
| przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia | P-R |  |  |  |
| stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych | K-P |  |  |  |
| stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach | K |  |  |  |
| stosuje własności monotoniczności potęgowania | P-R |  |  |  |
| posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej | K-P |  |  |  |
| stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną | P-R |  |  |  |
| wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów | P-R |  |  |  |
| stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi | P-R |  |  |  |
| *stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu* | *P-R* |  |  |  |
| **Wyrażenia algebraiczne** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| stosuje wzory skróconego mnożenia | P |  |  |  |
| dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych | K-P |  |  |  |
| wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej | K |  |  |  |
| rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów | P-R |  |  |  |
| znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych |  |  | P-R |  |
| dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian |  |  | P-R |  |
| mnoży i dzieli wyrażenia wymierne |  |  | K-P |  |
| dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne |  |  | K-P |  |
| *znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych* |  |  | *P-D* |  |
| *stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona)* |  |  | *K-R* |  |
| *korzysta z bardziej skomplikowanych wzorów skróconego mnożenia* |  |  | *R-W* |  |
| **Równania i nierówności** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| przekształca równania i nierówności w sposób równoważny | K-P |  |  |  |
| interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe | P-R |  |  |  |
| rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą | K-P |  |  |  |
| rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe | K-P |  |  |  |
| rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe |  |  | P |  |
| rozwiązuje równania wielomianowe postaci W(x) = 0 dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania |  |  | K-R |  |
| rozwiązuje równania wymierne postaci V(x)/W(x) = 0, gdzie wielomiany V(x) i W(x) są zapisane w postaci iloczynowej |  |  | K-R |  |
| *rozwiązuje nierówności wielomianowe dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania* |  |  | K-R |  |
| *rozwiązuje równania i nierówności wymierne* |  |  | *K-R* |  |
| *stosuje wzory Viète’a dla równań kwadratowych* | *K-P* |  |  |  |
| *rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną* | *K-W* |  |  |  |
| *analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów* | *K-W* |  |  |  |
| **Układy równań** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych | K-P |  |  |  |
| stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych | K-R |  |  |  |
| rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe | K-R |  |  |  |
| *rozwiązuje układy równań kwadratowych* | R-D |  |  |  |
| **Funkcje** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach) | K-R | P-D |  |  |
| oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym | K | K-R |  |  |
| odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie | K-P | K-P |  |  |
| odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane | K-R | K-R |  |  |
| interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej | P |  |  |  |
| wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach | K-P |  |  |  |
| szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem | P |  |  |  |
| interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje) | P-R |  |  |  |
| wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie | P-R |  |  |  |
| wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym | P |  |  |  |
| wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym | P-R |  |  |  |
| na podstawie wykresu funkcji *y = f(x)* szkicuje wykresy funkcji *y = - f (x), y = f(-x), y = f (x - a), y = f(x) + b* | K-P |  |  |  |
| posługuje się funkcją *f(x) = a/x*, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych | P-R |  |  |  |
| posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi |  |  | P-R |  |
| *na podstawie wykresu funkcji y = f(x) rysuje wykres funkcji y = |f(x)|* | *K-R* |  |  |  |
| *posługuje się złożeniami funkcji* | *P-R* |  |  |  |
| *dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem* | *P-R* |  |  |  |
| **Ciągi** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym |  |  | K |  |
| oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie |  |  | K-P |  |
| w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący |  |  | P |  |
| sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny |  |  | K |  |
| stosuje wzór na *n-*ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |  |  | K-P |  |
| stosuje wzór na *n-*ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |  |  | K-P |  |
| wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |  |  | P/R |  |
| *oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu 1/n, pierwiastek stopnia n z a oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach* |  |  | *K-R* |  |
| *rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę* |  |  | *K-R* |  |
| **Trygonometria** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60° |  | K-R |  |  |
| znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora |  | K |  |  |
| znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej |  | K-P |  |  |
| korzysta z podstawowych tożsamości trygonometrycznych |  | K-R |  |  |
| stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta (z sinusem kąta) |  | P-R |  |  |
| oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty) |  | P-R |  |  |
| *stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie* |  | *K-P* |  |  |
| *posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens* |  | *K-R* |  |  |
| *wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych* |  | *P-R* |  |  |
| *stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych* |  | *P-D* |  |  |
| *korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych* |  | *P-D* |  |  |
| *rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne* |  | *K-D* |  |  |
| **Planimetria** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa |  | K-R |  |  |
| rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok |  | K-P |  |  |
| rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności |  | K-P |  |  |
| korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach |  | K |  |  |
| stosuje własności kątów wpisanych i środkowych |  | K-P |  |  |
| stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu |  | P |  |  |
| stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą |  |  | P-R |  |
| korzysta z cech podobieństwa trójkątów |  |  | P |  |
| wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych |  |  | P-R |  |
| wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności |  | P-R |  |  |
| stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur |  | P-D |  |  |
| przeprowadza dowody geometryczne |  | P-D |  |  |
| *stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu* |  | *K-R* |  |  |
| **Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje |  | K-P |  |  |
| posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu) |  | P-R |  |  |
| oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych |  | K |  |  |
| posługuje się równaniem okręgu |  | R-P |  |  |
| oblicza odległość punktu od prostej |  | P |  |  |
| znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej |  | P-R |  |  |
| wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych) |  | P |  |  |
| *stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej* |  | *K-P* |  |  |
| *znajduje punkty wspólne dwóch okręgów* |  | *P-D* |  |  |
| *zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie* | *K-D* |  |  |  |
| **Stereometria** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się |  |  | P |  |
| posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami |  |  | P-R |  |
| rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów |  |  | P-R |  |
| rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów |  |  | P-R |  |
| określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną |  |  | R |  |
| oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń |  |  | K-R |  |
| wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych |  |  | P |  |
| *zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych* |  |  | *P-R* |  |
| *wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii* |  |  | *P-D* |  |
| **Kombinatoryka** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych |  |  |  | K-P |
| zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności |  |  |  | K-R |
| *oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów* |  |  |  | *K-D* |
| *stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych* |  |  |  | *P-D* |
| **Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym |  |  |  | K-R |
| stosuje skalę centylową |  |  |  | P-R |
| oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę |  |  |  | K-R |
| oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych |  |  |  | K-R |
| oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach |  |  |  | R |
| *oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym* |  |  |  | *P-D* |
| *stosuje schemat Bernoulliego* |  |  |  | *P-D* |
| **Optymalizacja i rachunek różniczkowy** | | | | |
| Uczeń: | | | | |
| rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową | P-D |  |  |  |
| *oblicza granice funkcji (w tym jednostronne)* |  |  |  | *K-R* |
| *stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego* |  |  |  | *R-D* |
| *stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej* |  |  |  | *P* |
| *oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej* |  |  |  | *K-R* |
| *stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji* |  |  |  | *P-R* |
| *rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej* |  |  |  | *P-W* |